

補足資料 7A：物理現象を記述する方程式が決定される仕組み

(高度：興味のある方向け)

本書で述べたように、スキルミオンの熱ゆらぎを扱う際には、LLG 方程式だけでなく、その近似で得られるティール方程式を用いる方法もあり、物理状況や扱いたい現象の階層によって使用する運動方程式は変わっていきます。では、そもそもこのような磁性体の巨視的な運動を記述する物理方程式は、どのようにして決められるのでしょうか。これは、方程式を使う側にとっても知っておきたい視点だと思います。LLG 方程式は、量子力学的な背景を持ちながらも、当初は現象論的に導入されたものでした。しかし現在では、LLG 方程式のような運動方程式も、より一般的な枠組みとして、物理法則は最小作用の原理（作用に関する変分原理）から導くことができます。（ただし、基本的には減衰項は別途追加する必要があります。）最小作用の原理では、物理系をラグランジアン L の時間積分（あるいはラグランジアン密度の時空間積分）で定義される作用 S によって記述し、その作用 S が停留値をとるようにつまり、作用の変分 $\delta S = 0$ の条件で運動が実現されると考えます[1-3]（作用の決め方については、**理論的補足 1**で簡単に述べます）。この考え方はニュートン力学にとどまらず、古典電磁気学、量子論、一般相対性理論に至るまで、現代物理のほぼすべてを統一的に記述できる枠組みです。実際、場の量子論や素粒子論、さらには超弦理論といった統一理論に関する学術書を見ると、最小作用の原理が理論構築の中心的な柱の一つとして登場します[2, 4-8]。作用を力学変数で変分して得られるオイラー＝ラグランジュ方程式が、その系を支配する運動方程式に対応します。そもそも運動方程式を決める最小作用の原理に出てくる「物理系の作用が停留値をとるように物理法則が実現される」という考え方は、一見すると数学的に与えられた規則のようにも見えます。ここに、物理的に直感的な意味づけを与えたのがファインマンの経路積分でした。

経路積分[9-11]は、量子力学や場の量子論において広く用いられる物理現象の記述手法のひとつです。実際に、量子系が取りうるあらゆる経路を重ね合わせ、その経路ごとの確率振幅を、作用 S を用いた位相 $S/\hbar$ により $e^{-iS/\hbar}$ と重み付けするという考え方は、量子力学を最も一般的な形で表現する枠組みであり、場の量子論では不可欠な道具立てとなっています[4-8, 11]。ここで、物質の運動経路を考えます。図 1 にその概要を示します。物質の運動は各時刻 t における位置 $x(t)$ と速度 $\dot{x}(t)$ によって記述され、始状態 (x_a, t_a) から終状態 (x_b, t_b) への遷移を想定したとき、その遷移振幅 $\phi(x_b, t_b; x_a, t_a)$ は経路積分により、次

のように表されます。

$$\phi(x_b, t_b; x_a, t_a) = \int \mathcal{D}x \exp\left(\frac{i}{\hbar} S[t_b, t_a]\right) = \int \mathcal{D}x \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_{t_a}^{t_b} dt L(x(t), \dot{x}(t))\right)$$

(7A-1)

古典力学では軌道は一つですが、量子力学系では無数の経路をたどり、その経路ごとの確率振幅 $\exp\left(\frac{i}{\hbar} S[t_b, t_a]\right)$ を $\int \mathcal{D}x$ によって経路和をとります。

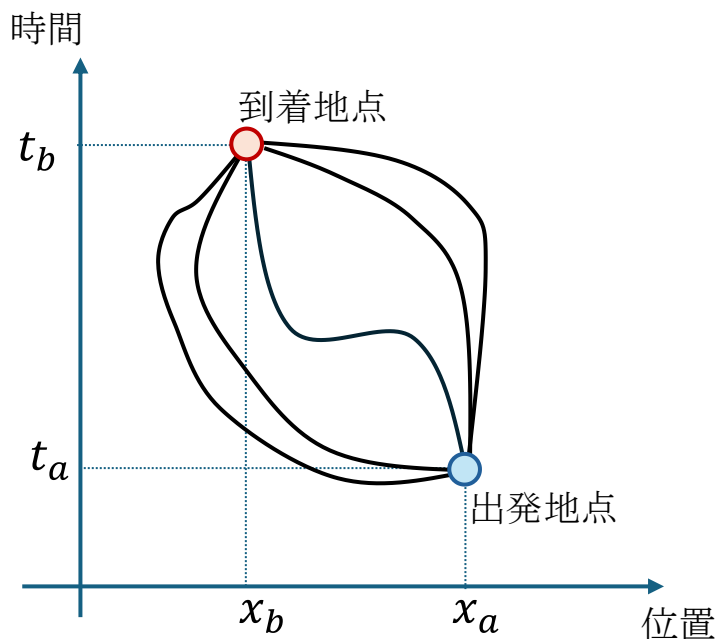


図1 物質の運動経路

古典力学では軌道はただ一つですが、量子力学では無数の経路をたどり、それぞれの経路に対して確率振幅 $\exp\left(\frac{i}{\hbar} S[t_b, t_a]\right)$ を与え、経路和 $\int \mathcal{D}x$ をとることで遷移振幅を求めます。

この経路積分の枠組みは、古典的な運動方程式が量子論の極限としてどのように現れるかという直感的な理解も与えてくれます。図2に古典極限（ $\hbar \rightarrow 0$ ）での経路を示します[9-12]。作用がプランク定数に比べて十分大きい極限では、作用 S がわずかに異なる経路同士でも位相 $S/\hbar$ が急激に変化するため、互いに干渉して打ち消し合ってしまう（図2の青線）。一方、作用の変分 δS がゼロとなる経路の近傍だけが強め合って残ります（図2の黒線）。こうして、最小作用の原理で与えられる $\delta S = 0$ を満たす「古典経路」が、量子論の極限として自然に浮かび上がることになります。なお、古典極限（ $\hbar \rightarrow 0$ ）において位相がそろった経路が残ることや経路積分が活用された量子電磁気学（QED）に関して、ファインマンの書籍[13]で直感的に解説されています。

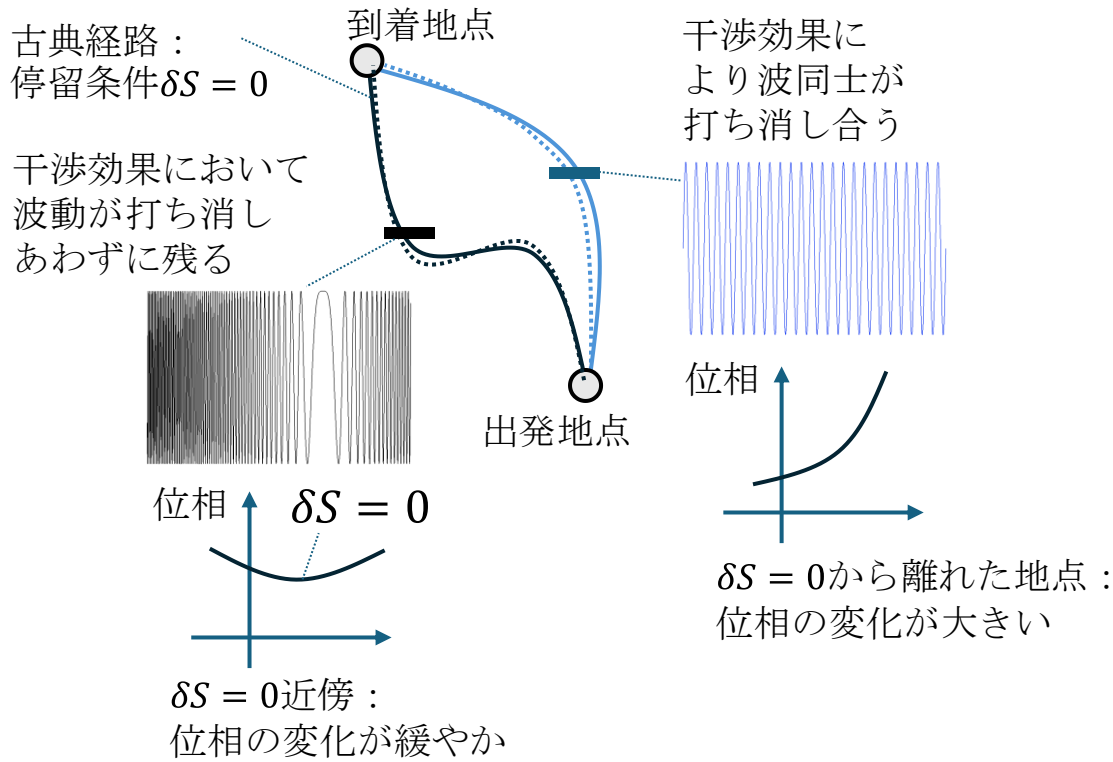


図 2 古典極限において寄与しない経路(青線)と寄与する経路(黒線)

経路積分の枠組みは、量子論の記述だけでなく、磁性体の巨視的な運動方程式を導く際にも応用できます。例として示すと、磁性体中の局在電子場の力学変数 $\bar{d}, d$ (局在電子の生成消滅演算子 $d^\dagger, d$ に対応する Grassmann 数) を、新たに定義した補助場 $\mathbf{M}$ ($\langle \mathbf{M} \rangle \propto \langle d^\dagger \boldsymbol{\sigma} d \rangle$ $\boldsymbol{\sigma}$: スピン演算子) に置き換えて、経路積分を再構築します [14]。(このような操作を Hubbard-Stratonovich 変換といいます。)

$$\int \mathcal{D}\bar{d}\mathcal{D}d \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dt L_d\right) \rightarrow \int \mathcal{D}\mathbf{M} \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dt L_M\right) \quad (7A-2)$$

補助場の期待値 $\langle \mathbf{M} \rangle$ がスピン分極 (巨視的な磁化に比例) に対応します。指数内に出てくる電子場の作用 $\int_{-\infty}^{+\infty} dt L_d$ (L_d : 局在電子の電子場のラグランジアン) が、有効作用 $S_M = \int_{-\infty}^{+\infty} dt L_M$ (L_M : 補助場の有効ラグランジアン) に置き換わります。補助場の有効ラグランジアン L_M は実質的に、磁化の運動を記述するラグランジアンになるため、得られた有効作用 S_M に変分を施して得られる磁化に関する古典化された運動方程式 (オイラーラグランジュ方程式) を得ることができます。経路積分では、微視的な電子場 (グラスマン数 $\bar{d}, d$) を積分消去し、磁化を表す巨視的な補助場 $\mathbf{M}$ を力学変数として扱うことで、量子場の運動を記述するラグランジアン L_d は巨視的な磁化場の古典的ラグランジアン L_M に書き換えられます。これにより、量子論的效果を体系的に組み込んだ形で磁性体の巨視

的な運動を記述することが可能になります。ただし、LLG 方程式に現れるギルバート減衰項をはじめとする減衰効果は、外界（環境）の自由度をハミルトニアンに含めて経路積分の中で統合しない限り、有効ラグランジアン L_M には自動的に現れないことに注意が必要です。

経路積分による運動の記述は、量子力学的起源をもつ相互作用や場の効果を有効作用として取り込み、古典的導出では現れない量子補正（非局所性・量子揺らぎなど）を自然に与える点に特徴があります。磁気スキルミオンのようなトポロジカル励起では、周囲の熱励起マグノン自由度との結合が運動に本質的な影響を与えます。経路積分は磁気スキルミオンの有限温度下における有効なダイナミクスの導出に用いられます。ここで、その研究事例を簡単に紹介します。（前述の補助場変換によって電子自由度を統合するアプローチとは異なる方法をとっています）。文献[15]の研究では、マグノン揺らぎとの結合が時間依存の減衰核や実効質量を生み、欠陥や磁気トラップの存在によってスキルミオンが有限質量をもつ粒子として振る舞うことが示されています。また、文献[16]の研究では、熱励起マグノンとの結合が温度依存かつ非局所的な散逸や慣性を与え、スキルミオンの剛体運動が大きく修正されることが示されています。こうした経路積分を用いた磁気スキルミオンの運動の記述は、熱ゆらぎ下のスキルミオン輸送やスピンカロリトロニクス現象を理解するための理論的基盤を与えるものになります。

このように、磁気スキルミオンを始めとする磁性体の運動方程式は、扱う自由度の階層や近似のレベルによって LLG 方程式からティール方程式へと変わり、さらにその背後には最小作用の原理や経路積分といった統一的な枠組みが存在します。どの方程式を採用するかは、記述したい物理現象のスケールや目的に応じて選択されることになります。

理論的補足 1：作用はどのようにして決められるのか？

作用が与えられれば、最小作用の原理によって物理系の運動方程式が自動的に導かれることを述べました。では、そもそも 作用やラグランジアン（ラグランジアン密度）はどのように決められるのか。これは多くの人が最初に抱く疑問です。私自身、大学生のころ解析力学の教科書を読むと、ラグランジアンが突然提示される形でニュートン力学がオイラー＝ラグランジュ方程式から導かれるように、あるいはニュートン力学からラグランジアンが与えられている

ようにもくみ取れるように見えたため、まるでラグランジアンが最初から”天”に与えられているかのように感じ、解析力学の必然性をつかむのに苦労した覚えがあります。

しかし実際には、作用やラグランジアンは最初から与えられているわけではなく本質的には、物理法則が満たすべき要請（対称性・不変性など）を満たすような形を探し当てることで決まります。物理法則は座標変換に対して不変でなければならず、したがって物理法則を反映する作用はスカラー量である必要があります。これが作用を導入する第一の理由です。

ニュートン力学では、次のような対称性要請からラグランジアンが決まります：

- ・空間の一様性（物理法則は、位置の絶対値に依存しない）
→ 自由粒子のラグランジアンは位置そのものではなく、速度で記述される。
- ・空間の等方性（方向に特別扱いがない）
→ 速度は一次ではなく二次で入る（向きによらない量）。
- ・時間の一様性（物理法則は、時間の絶対値に依存しない）
→ ラグランジアンは時間に陽に依存しない。

これらの不変性（対称性）を作用に反映させると、空間の一様性の帰結として運動量保存、空間の等方性の帰結として角運動量保存、時間の一様性の帰結として、エネルギー保存といった保存則が自動的に導かれます。つまり、この不変性（対称性）が保存則に結びつきます。この一般化はネーターの定理に当たり、最小作用の原理が物理法則の基礎原理として支持される大きな理由のひとつです。そして、量子力学にこの対称性が引き継がれ、運動量演算子、角運動量演算子、エネルギー演算子などが定義されます（**理論的補足 3** 参照）。これらのニュートン力学における作用の導入の流れや保存則に関しては、ランダウ＝リフシッツの教科書[1]に詳細に記載されています。また、同シリーズ[17]では、相対論的運動方程式、マックスウェル方程式、一般相対性理論の重力方程式を、作用を構成してから導出する手続きが示されています。

相対論的量子力学（ディラック方程式およびクライン＝ゴルドン方程式）や、電磁場の古典的運動方程式（マックスウェル方程式など）は、場の量子論の観点ではすべて「場の古典的運動方程式」とみなされます。そして、これらの場の作用は、ローレンツ変換不変性、時空並進不変性、相互作用の局所性（相互作用は同じ時空点でのみ起こり、影響は光速以下で伝播するという性質。**理論的補足 4** 参照）といった物理法則の対称性要請を満たすように構成することで

得られます（詳細は[2]を参照）。場の量子論では、まずこれらの対称性を満たす古典場の作用を定め、その作用を量子化する手続きを踏むことで量子場の理論が構築されます[2]。したがって、上述した三つの場の運動方程式は、この量子場の理論の文脈では「古典極限」に相当します。

このように、物理法則が満たすべき対称性・要請をもとに、最も簡潔で整合的な形を“類推して”構成していきます。その作用を最小作用の原理に代入することで、運動方程式や保存則が自動的に得られます。最小作用という原理で物理法則を統一にかつ半ば自動的に記述できるのは不思議であり、物理学の面白みの一つだといえます。

なお、こうした「対称性が作用の形を決める」という構造は、実は磁性体の自由エネルギーの決め方にもそのまま現れます。交換相互作用や DM 相互作用などの形が、結晶対称性だけから半ば自動的に決まってしまうという点は、作用の構成と驚くほどよく似ています。この興味深い対応については、**理論的補足 2**で触れることにします。

理論的補足 2：磁性体における有効相互作用や結合効果の記述

DM 相互作用や交換相互作用といった有効相互作用は、有効磁場として LLG 方程式に組み込めることを前節で述べました。有効磁場を求めるには、それらの相互作用をエネルギーとして記述しておくことが必要になります。この「エネルギーの形」を決める考え方は、本補足資料の理論的補足 1 で述べた「作用が対称性の要請から決まる」という議論とよく対応しています。エネルギーはスカラー量であり、系の対称性の下で不変でなければなりません。そのため、結晶構造の対称性さえ分かっているならば、微視的な起源を知らなくても、許される項の形を半ば自動的に決めることができます。（ただし、このような現象論的なアプローチは、式の形は半自動的に決められてもパラメータは実験から求める必要があります。）

例えば、補足資料 6D で示した DM 相互作用のハミルトニアンは、本来は量子論的な展開から導出できますが、結晶の対称性から現象論的に類推することもできます。等方性の結晶構造における交換相互作用についても同様で、エネルギーがスカラーであることと空間の対称性の要請から、磁性体の結晶構造が最も低次の勾配項として $(\nabla \mathbf{m})^2$ が自然に現れます。結晶が異方性を持つ場合には、勾配項はテンソル積の縮約を用いて一般的な形へ拡張されます。磁気

異方性エネルギーの対称性に基づく現象論的推定については、ランダウ＝リフシッツの教科書[18] が参考にあります。そして、このような考え方は、異なる物理間の結合にもそのまま拡張できます。磁気弾性エネルギー（書籍本編の(7.5) 式）などの結合効果の現象論的な記述では、ひずみテンソルや磁化ベクトルなどのテンソル・ベクトル量をテンソル積で組み合わせ、物理的な対称性や結晶対称性が許す形で縮約することでスカラー（エネルギー）となる不変量を構成します。物理的対称性でいえば、スカラーであるエネルギーは時間反転しても不変です。磁化の微視的な由来はスピン角運動量に由来であり、古典的な角運動量が時間反転で符号が反転するのと同じように磁化も符号が反転するため、エネルギーの中に磁化が含まれる際、磁化に対しては少なくとも偶数次（最低でも 2 次）である必要があります。一方、歪の寄与に関しては一次でも時間反転不変なので、よって書籍本編の(7.5) 式に示すように、磁気弾性エネルギーは、磁化に関して 2 次、歪に関しては 1 次であれば、時間反転対称性を満たします。現象論では、基本的に寄与が支配的な低次の縮約項のみを採用します。

補足資料 6A の式(6A-5)示したように、局所エネルギー密度得られたエネルギー汎関数 $E = \int d^3\mathbf{r} \mathcal{H}(\mathbf{r})$ を磁化分布 $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ で変分すると、一次の変分項として現れる汎関数微分

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\delta E}{\delta \mathbf{M}(\mathbf{r})} = -\frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial \mathcal{H}(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{M}(\mathbf{r})} - \nabla \cdot \left(\frac{\partial \mathcal{H}(\mathbf{r})}{\partial (\nabla \mathbf{M}(\mathbf{r}))} \right) \right) \quad (7A-3)$$

が得られ、これが系に作用する 有効磁場に対応します。この有効磁場を、有効相互作用や異なる物理間の結合を定量的に磁化の運動を記述する L L G 方程式に組み込むことができます。

構造力学の側では、エネルギー汎関数を $E = \int d^3\mathbf{r} \mathcal{H}(\mathbf{r})$ を変位場 $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ で変分することで、体積力や境界応力を表す項が現れます[22]。このように、構造解析側では、体積力または応力として他の物理場との結合効果を変形体の運動方程式に組み込むことができます。今まで見てきたように、同じエネルギー汎関数を磁性側と構造側の力学変数（磁化や変位）で変分することで、それぞれの運動方程式に結合効果（今回であれば磁気弾性効果）を統一的に導入できます。

COMSOL でも、電歪・磁歪などの電磁気と構造力学の連成現象は、エネルギーに基づく現象論的記述によってモデル化されています。結合をエネルギーの

形で整理しておくことで、磁性・構造・電場など異なる物理を統一的に扱えるためです。ただし、COMSOL では有限変形解析の場合、有限変形に対応する形で相互作用を記述します。磁歪のモデル化では、磁気-構造力学間の相互作用を含んだ熱力学的ポテンシャル W_{EM} を右コーシー・グリーン変形テンソル $\mathbf{C}$ で偏微分することで、第二ピオラ-キルヒホッフ応力 $\mathbf{S}$ を求めています[23]。

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial W_{EM}}{\partial \mathbf{C}} \quad (7A-4)$$

この式は、有限変形におけるひずみエネルギーからと右コーシー・グリーン変形テンソル $\mathbf{C}$ で偏微分することで、第二ピオラ-キルヒホッフ応力 $\mathbf{S}$ を導出[24]することの拡張といえます。

まとめると、物理法則が作用の対称性から決まり、最小作用の原理によって方程式が導かれるのと同様に、磁性体の有効相互作用や異なる物理間の結合についても、対称性を手がかりに現象論的なエネルギー項を構成することができます。すべての相互作用が対称性だけで一意に決まるわけではありませんが、対称性に基づいてエネルギーを捉えることは、連成解析を体系的に扱う上で非常に有益です。

理論的補足 3: 対称性と量子力学[25, 26]

理論的補足 2 で、ニュートン力学を解析力学で解釈すると、物理法則は空間によって一様という前提から保存される量として運動量が定義されることを話しました。この性質は、量子力学において運動量演算子の定義に反映されています。電子の固有状態として以下の平面波 $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{x})$ を考えます。

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}) = e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \quad (7A-5)$$

空間は一様であり、固有状態は変化せず、観測する位置を変えると位相のみが変化するため、以下の式が成立します。

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{x} + \mathbf{a}) = e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}} \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}) \quad (7A-6)$$

ゆえに、ベクトル $\mathbf{a}$ だけ空間並進させる並進演算子 $\hat{T}(\mathbf{a})$ を平面波に作用させると、以下の式となることがわかります。

$$\hat{T}(\mathbf{a}) \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}) = e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}} \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}) \quad (7A-7)$$

ベクトル $\mathbf{a}$ を微小の長さのベクトル $\Delta\mathbf{x}$ にすると、以下が成り立ちます。

$$\hat{T}(\Delta\mathbf{x})\psi_k(\mathbf{x}) = e^{ik\Delta\mathbf{x}}\psi_k(\mathbf{x}) \cong (1 - ik\Delta\mathbf{x}) * \psi_k(\mathbf{x}) \quad (7A-8)$$

一方、運動量演算子 $\hat{\mathbf{p}} = \frac{\hbar}{i}\nabla$ を作用させると、

$$\hat{\mathbf{p}}\psi_k(\mathbf{x}) = \frac{\hbar}{i}\nabla \cdot (e^{ik\cdot\mathbf{x}}) = \hbar\mathbf{k}e^{ik\cdot\mathbf{x}} = \hbar\mathbf{k}\psi_k(\mathbf{x}) = \mathbf{p}\psi_k(\mathbf{x}) \quad (7A-9)$$

となります。このように、運動量演算子を固有状態に作用させると、固有値 $\hbar\mathbf{k}$ ($=\mathbf{p}$ と記述) が得られ、これが系の運動量固有値 $\mathbf{p}$ を表します。そして、微小距離の並進演算子 $\hat{T}(\Delta\mathbf{x})$ は $\hat{\mathbf{p}}$ を用いて、

$$\hat{T}(\Delta\mathbf{x}) = 1 - \frac{i\hat{\mathbf{p}}}{\hbar}\Delta\mathbf{x} \quad (7A-10)$$

と表されることがわかり、運動量演算子 $\hat{\mathbf{p}}$ は空間並進の生成子であることがわかります。

ハミルトニアン演算子 $\hat{H}$ は、系が時間並進で変化しないという対称性に由来し、時間並進の生成子として定義され、以下のように定義されます。

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle = \hat{H}|\psi\rangle \quad (7A-11)$$

その結果、ハミルトニアンの固有状態は時間発展で形を変えず、位相だけが変化し、その固有値がエネルギーとして得られます。

古典力学では、角運動量は位置ベクトルと運動量の外積 $\mathbf{l} = \mathbf{x} \times \mathbf{p}$ で定義されますが、量子力学ではこれをそのまま演算子に置き換えた形で

$$\hat{\mathbf{l}} = \mathbf{x} \times \hat{\mathbf{p}} \quad (7A-12)$$

と定義されます。これは、系が空間回転で変化しないという対称性に由来し、軌道角運動量演算子が空間回転の生成子として働くことを意味します。そのため、 $\hat{\mathbf{l}}$ の固有状態は回転によって形を変えず、位相だけが変化し、その固有値が軌道角運動量として得られます。例えば、水素原子の s 軌道は球対称であり、任意の回転に対して波動関数の形が変わらないため、 $\hat{\mathbf{l}}$ を作用させると軌道角運動量の量子数は $l = 0$ となります。一方、 p 軌道は回転に対して位相が変化するため、 $\hat{\mathbf{l}}$ を作用させると固有値と固有ベクトルが得られ、その大きさを表す量子数は $l = 1$ となります。

このように、量子力学における演算子は、物理系が持つ対称性を反映して定

義され、その対称性の生成子として固有状態と固有値（運動量・角運動量・エネルギーなど）を与えます。

理論的補足 4: 因果律と相互作用の局所性に関して

相対性理論が与えた重要な結論の一つは、古典的な意味でいかなる運動も光速を超えることができないという点であり、これにより物質間の相互作用が瞬時に遠隔で起こることは許されません。したがって、相互作用は必ず局所的でなければならず、影響は光速以下で伝わる必要があります[2]。例えば、よく用いられる電荷間のクーロンポテンシャル $V(\mathbf{r}) \propto \frac{1}{r}$ は時間依存性を含まないため、一方の電荷が動けば他方の電荷が瞬時に影響を受けることになります。これは力が無限の速度で伝わったことを意味し、因果律（光速を超える影響は伝わらない）に反します。実際には、電荷が運動した際のもう一方の電荷への影響は、電磁場の伝播速度（光速）に従って時間遅延して伝わります。古典電磁気学ではこれは 遅延ポテンシャル（retarded potential） [17] として記述されます。

場の量子論では、物質間の相互作用は基本的に 光子といったボース粒子の交換によって記述されます。場の量子論の一分野である量子電磁気学（QED）では、電子間の相互作用は、電子が放出した光子（古典的には電磁波）がもう一方の電子に到達することで生じます。したがって、直接相互作用しているのは電子同士ではなく、電子と光子の局所的な相互作用です[2]。

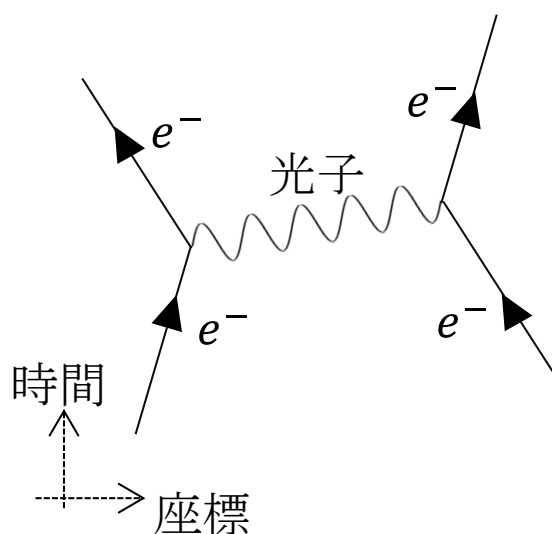


図 3 電子間のクーロン相互作用を表すファインマンダイアグラム

この過程はファインマンダイアグラムとして図示されます[2]。図 3 に、電子間のクーロン相互作用を表すファインマンダイアグラムを示します。実線が電子、波線が光子を表します。左側の電子から電磁気相互作用により光子が放出され、有限の時間を経て別の位置にいる電子へ到達します。横軸が空間座標、縦軸が時間を表しており、光子の伝搬を表す波線が斜めになっていることは、光子が空間を伝わるのに有限の時間が必要であることを反映しています。

なお、以前の補足資料 6D の式(6D-13)の解説で述べたように、固有状態の重ね合わせで書いたシュレディンガー方程式の行列表示では、ハミルトニアン行列の非対角項が固有状態間の遷移を表します。この観点は場の量子論でも基本的には引き継がれ、ファインマンダイアグラムは自由粒子が相互作用によって別の固有状態へ散乱する過程を表しています。たとえば、図 3 の左側の電子でいえば、光子を放出することで運動量やエネルギーが変化し、元の固有状態（左側の下部の矢印）から別の固有状態（左側の上部の矢印）へ遷移することに対応します。ただし、場の量子論は量子力学を単純に拡張したものではなく、最初から場を基本的な物理量として理論が体系化されており、粒子の生成消滅や真空の寄与など、より深い内容を含んでいます。

また、図 3 に示したダイアグラムはあくまで一例であり、実際には無数の相互作用過程を表すファインマンダイアグラムが存在します。ファインマンダイアグラムは単なる模式図ではなく、場の量子論における具体的な計算を効率的かつ精密に行うための強力な道具として広く利用されています[11, 27]。前述した経路積分の計算でも、ファインマンダイアグラムが用いられます。ファインマンダイアグラムを直感的に理解する文献として、例えばファインマンの書籍[13]が挙げられます。

このように、場の変化の伝搬速度は有限であり、光の速度を超えることはできないという事実は、現代物理学において極めて重要な結論です。これは、身近な例でいえば「完全な剛体は存在しない」という事実とよく似ています。剛体とは、物体全体が完全に同じように動くと仮定する概念的な物体であり、例えば直方体の剛体を左側から押せば、右側も同時に動くと考えられます。私たちの時間感覚では違和感はありませんが、剛体を十分に長くした場合、左側の変化が右側に遅延なく伝わるというのは、光速を超える情報伝達を意味してしまい、物理的には不自然です。現実の物体は剛体ではなく変形体であり、左側の変化は有限の速度で右側へ伝わります。これは、場の量子論における「場の変化は光速以下で伝わる」という因果律と類似しています。

参考文献

- [1] L. ランダウ, E. リフシッツ (著), 広重 徹, 水戸 巖(訳):『力学 (増訂第3版)』, 東京図書(2022).
- [2] 坂本真人(著):『場の量子論 –不変性と自由場を中心にして–』, 裳華房(2017).
- [3] 久保謙一(著):『解析力学』, 裳華房(2001).
- [4] 中原幹夫 (著・訳), 佐久間 一浩 (訳):『理論物理学のための幾何学とトポロジー 1 [原著第2版]』, 日本評論社(2018).
- [5] 江口 徹, 菅原 祐二 (著):『共形場理論』, 東京図書(2015).
- [6] 畑 浩之 (著):『入門 弦理論』, 東京図書(2015).
- [7] 細道 和夫(著):『弦とブレーン』, 朝倉書店(2017).
- [8] 藤川和男(著):『経路積分と対称性の量子的破れ』, 朝倉書店(2001).
- [9] R.P. ファインマン, A.R. ヒップス (著), 北原和夫 (訳):『量子力学と経路積分』, みすず書房(1973).
- [10] 柏 太郎 (著):『経路積分-例題と実習-』, 裳華房(2015).
- [11] 坂本真人(著):『場の量子論 (II) –ファインマン・グラフとくりこみを中心にして–』, 裳華房(2020).
- [12] 前野昌弘:経路積分とは何か その3
<https://irobutsu.a.la9.jp/movingtext/pathintegral3.html> (2026/5/3 参照)
- [13] R.P. ファインマン (著), 釜江 常好, 大貫 昌子(訳):『光と物質の不思議な理論:私の量子電磁気学』, 岩波書房(2007).
- [14] 多々良 源(著):『スピントロニクス理論の基礎 オンデマンド版』, 培風館(2009).
- [15] Christina Psaroudaki, Silas Hoffman, Jelena Klinovaja, and Daniel Loss, Quantum Dynamics of Skyrmions in Chiral Magnets, *Physical Review X*, **7**, 041045 (2017)
- [16] Sergey A. Nikolaev and Akihiro Tanaka: Quantum Dynamics of Magnetic Skyrmions: Consistent Path Integral Formulation, arXiv:2206.08532v1 [cond-mat.mes-hall] (2022).
- [17] L. ランダウ, E. リフシッツ (著), 恒藤 敏彦(訳):『場の古典論 (原書第6版)』, 東京図書(2022).
- [18] L. ランダウ, E. リフシッツ (著), 井上 健男 (訳):『電磁気学1:連続媒質の電気力学』, 東京図書(1962).
- [19] T.Moriya, “Anisotropic Superexchange Interaction and Weak Ferromagnetism,” *Physical Review* **120**, 91-98 (1960).
- [20] Dzyaloshinsky: A thermodynamic theory of ‘weak’ ferromagnetism of antiferromagnetics, *Journal of Physics and Chemistry of Solids* **4** (4), 241-255 (1958).
- [21] リフシッツ, ピタエフスキー(著), 辻井 恒丸(訳):『量子統計物理学』, 岩波書店(1982).
- [22] K. Yamamoto, W. Yu, T. Yu, J. Puebla, M. Xu, S.Maekawa, and G. Bauer, “Non-reciprocal Pumping of Surface Acoustic Waves by Spin Wave Resonance” *J. Phys. Soc. Jpn.* **89**, 113702 (2020).
- [23] COMSOL 6.4 – Structural Mechanics Module User’s Guide : Magnetostriction and Piezomagnetism
https://doc.comsol.com/6.4/docserver/#!/com.comsol.help.sme/sme_ug_theory.06.045.html
(2026. 5. 3 参照)

- [24] 石川 覚志(著):『解析塾秘伝 非線形構造解析の学び方』, 日刊工業新聞社(2012).
- [25] ファインマン, レイトン, サンズ(著), 砂川 重信(訳):『ファインマン物理学 V 量子力学』, 岩波書店(1986).
- [26] P. A. M ディラック(著), 朝永 振一郎ほか(訳):『ディラック 量子力学 原著第四版 改訂版』, 岩波書店(2017).
- [27] J. J. サクライ(著), 樺沢 宇紀(訳):『サクライ 上級量子力学 第II巻』, 丸善プラネット株式会社(2010).